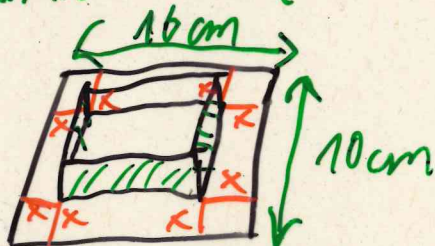


Buch S. 175 Aufgabe 9

Das Volumen der Schachtel soll maximiert werden



Hauptbedingung

$$V = a \cdot b \cdot c$$

Nebenbedingung

Die Zielfunktion für das Volumen soll nur von x abhängen

$$a = 16 - 2x$$

$$b = 10 - 2x$$

$$c = x$$

Zielfunktion

$$V(x) = (16 - 2x) \cdot (10 - 2x) \cdot x$$

$$V(x) = (160 - 32x - 20x + 4x^2) \cdot x = 160x - 52x^2 + 4x^3$$

Extremwert der Funktion

$$V'(x) = 160 - 104x + 12x^2 \quad V''(x) = -104 + 24x$$

$$V'(x) = 0 \quad \text{Hochpunkt: } V''(x_{\text{ex}}) < 0$$

$$0 = 160 - 104x + 12x^2 \quad | :12$$

$$0 = \frac{40}{3} - \frac{26}{3}x + x^2 \quad | \text{pq-Formel}$$

$$x_{1/2} = \frac{26}{6} \pm \sqrt{\left(\frac{26}{6}\right)^2 - \frac{40}{3}}$$

$$x_1 = \frac{20}{3} \quad x_2 = 2$$

$$V''\left(\frac{20}{3}\right) = 96 \quad V''(2) = -56$$

Hochpunkt (2 | 144)

Ergebnis

Das Volumen wird also für $x=2$ maximal und beträgt dann $V=144 \text{ cm}^3$